L'Enseignant
Cours particuliers en ligne

Correction - Mathématiques 1ère

Bac maths 1ere SPE - Centres Etrangers 2026

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM

Question 1

Par lecture de l'arbre de probabilités, on a $P(\overline{A}) = 0,6$ et $P_{\overline{A}}(B) = 0,7$. On calcule ainsi $P(\overline{A} \cap B) = P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(B) = 0,6 \times 0,7 = 0,42$. La bonne réponse est la b.

Question 2

Soit N le nombre total d'élèves en première générale. L'énoncé indique que $\frac{3}{5}N = 150$, ce qui donne $N = 150 \times \frac{5}{3} = 250$. La bonne réponse est la c.

Question 3

On calcule l'expression avec les fractions données :

$$\frac{A}{B} + 1 = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{6}} + 1 = \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} + 1 = \frac{2}{5} + 1 = \frac{7}{5}$$

La bonne réponse est la a.

Question 4

La droite d'équation $y = \frac{1}{3}x + 1$ a pour ordonnée à l'origine 1 et pour coefficient directeur $\frac{1}{3}$. Sur le graphique c, la droite passe par le point de coordonnées $(0; 1)$ et monte d'une unité lorsqu'on avance de 3 unités, ce qui correspond bien à un coefficient directeur de $\frac{1}{3}$. La bonne réponse est la c.

Question 5

En utilisant l'identité remarquable $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, on développe l'expression :

$(x^3-1)^2 = (x^3)^2 - 2 \times x^3 \times 1 + 1^2 = x^6 - 2x^3 + 1$

La bonne réponse est la b.

Question 6

Une hausse de 20 % correspond à un coefficient multiplicateur de $1,2$. Une baisse de 50 % correspond à un coefficient multiplicateur de $0,5$. L'évolution globale a pour coefficient multiplicateur $1,2 \times 0,5 = 0,6$. Cela correspond à une baisse de 40 %. La bonne réponse est la c.

Question 7

La classe compte 25 élèves en tout. Le nombre d'élèves de 16 ans ou moins est de $8 + 7 = 15$. Il y a donc $25 - 15 = 10$ élèves de plus de 16 ans. Parmi ces 10 élèves, 4 ne suivent pas la spécialité Mathématiques, donc $10 - 4 = 6$ la suivent. La probabilité cherchée est $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$. La bonne réponse est la d.

Question 8

On isole y dans l'équation initiale :

$$\begin{aligned} x &= \frac{5}{2+y} \\ x(2+y) &= 5 \\ 2x + xy &= 5 \\ xy &= 5 - 2x \\ y &= \frac{5-2x}{x} \\ y &= \frac{5}{x} - 2 \end{aligned}$$

La bonne réponse est la d.

DEUXIÈME PARTIE : Exercice 1

Partie A

Question 1.a.

Le mûrier platane mesure 1 mètre à la plantation ($u_0 = 1$). L'année suivante, il a grandi de 40 cm, soit $0,4$ m.

$$u_1 = u_0 + 0,4 = 1 + 0,4 = 1,4$$

Question 1.b.

Deux années après la plantation, la hauteur est :

$u_2 = u_1 + 0,4 = 1,4 + 0,4 = 1,8$

L'arbre mesurera $1,8$ mètre.

Question 2

Chaque année, la hauteur augmente de $0,4$ m, ce qui se traduit par la relation $u_{n+1} = u_n + 0,4$. On passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre. La suite (u_n) est donc une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 1$ et de raison $r = 0,4$.

Question 3

Pour tout entier naturel n, le terme général d'une suite arithmétique est donné par $u_n = u_0 + n \times r$.

$u_n = 1 + 0,4n$

Question 4

On cherche à déterminer l'année n à partir de laquelle $u_n \geq 9$:

$$\begin{aligned} 1 + 0,4n &\geq 9 \\ 0,4n &\geq 8 \\ n &\geq \frac{8}{0,4} \\ n &\geq 20 \end{aligned}$$

Le mûrier atteindra 9 mètres de haut au bout de 20 années.

Partie B

Question 1

Chaque année, le nombre de nouvelles branches double. On passe d'un terme au suivant en multipliant toujours par 2, soit $v_{n+1} = 2v_n$. La suite (v_n) est donc une suite géométrique de premier terme $v_0 = 2$ et de raison $q = 2$.

Question 2.a.

On détermine le nombre total de branches en ajoutant les nouvelles branches créées chaque année :

Année 0 : 2 branches

Année 1 : l'arbre produit $v_1 = 4$ nouvelles branches. Total = $2 + 4 = 6$ branches.

Année 2 : l'arbre produit $v_2 = 8$ nouvelles branches. Total = $6 + 8 = 14$ branches.

Année 3 : l'arbre produit $v_3 = 16$ nouvelles branches. Total = $14 + 16 = 30$ branches.

Trois ans après sa plantation, l'arbre possède bien un total de 30 branches.

Question 2.b.

La boucle du programme Python s'exécute 10 fois (de $i = 0$ à $i = 9$). À chaque itération, la variable v (nombre de nouvelles branches) est multipliée par 2 et s'ajoute à la variable `total`. Ce programme modélise ainsi la croissance de l'arbre sur 10 ans. La valeur affichée 4094 représente le nombre total de branches de l'arbre 10 ans après sa plantation.

Exercice 2

Question 1.a.

On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$:

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-(-1) \\ 5-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-(-1) \\ 0-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Question 1.b.

Le produit scalaire se calcule à l'aide des coordonnées :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 \times 5 + 0 \times (-5) = 20$$

Question 2.a.

La distance AC est la norme du vecteur $\overrightarrow{AC}$:

$$AC = \sqrt{5^2 + (-5)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

Question 2.b.

Une autre expression du produit scalaire fait intervenir le cosinus de l'angle $\widehat{BAC}$:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$$

Question 2.c.

On remplace par les valeurs connues ($AB = 4$, $AC = 5\sqrt{2}$ et le produit scalaire valant 20) :

$$\begin{aligned} 20 &= 4 \times 5\sqrt{2} \times \cos(\widehat{BAC}) \\ 20 &= 20\sqrt{2} \times \cos(\widehat{BAC}) \\ \cos(\widehat{BAC}) &= \frac{20}{20\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

L'angle dont le cosinus vaut $\frac{\sqrt{2}}{2}$ a pour mesure en radian :

$\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$

Exercice 3

Question 1.a.

Le point A de coordonnées $(1;20)$ appartient à la courbe C_f, on a donc :

$f(1) = 20$

Question 1.b.

Le nombre dérivé $f'(1)$ est égal au coefficient directeur de la tangente T_A à la courbe au point A. Cette droite passe par les points $A(1;20)$ et $B(3;10)$.

$f'(1) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{10-20}{3-1} = \frac{-10}{2} = -5$

Question 1.c.

L'équation réduite de la tangente T_A au point d'abscisse 1 s'écrit :

$y = f'(1)(x-1) + f(1)$
$y = -5(x-1) + 20$
$y = -5x + 5 + 20$
$y = -5x + 25$

Question 2.a.

La fonction f est de la forme $\frac{u}{v}$ avec $u(x) = 4x^2 + 7x + 9$ et $v(x) = x$. Les dérivées respectives sont $u'(x) = 8x + 7$ et $v'(x) = 1$.

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{v(x)^2} \\
&= \frac{(8x+7)x - (4x^2+7x+9) \times 1}{x^2} \\
&= \frac{8x^2+7x-4x^2-7x-9}{x^2} \\
&= \frac{4x^2-9}{x^2}
\end{aligned}
$$

Or, en développant le numérateur de l'expression proposée :

$$(2x-3)(2x+3) = (2x)^2 - 3^2 = 4x^2 - 9$$

On retrouve bien le même résultat. Ainsi, pour tout $x \in]0; +\infty[$:

$f'(x) = \frac{(2x-3)(2x+3)}{x^2}$

Question 2.b.

Sur l'intervalle $]0; +\infty[$, on sait que $x^2 > 0$ et que $2x + 3 > 0$. Le signe de $f'(x)$ ne dépend donc que du signe du facteur $2x - 3$.

$$2x - 3 > 0 \iff 2x > 3 \iff x > 1,5$$

On en déduit que :

$f'(x) < 0$ sur l'intervalle $]0; 1,5[$

$f'(x) = 0$ pour $x = 1,5$

$f'(x) > 0$ sur l'intervalle $]1,5; +\infty[$

Question 2.c.

On calcule l'image de $1,5$ par la fonction f : $f(1,5) = \frac{4(1{,}5)^2+7(1{,}5)+9}{1{,}5} = \frac{9+10{,}5+9}{1{,}5} = \frac{28{,}5}{1{,}5} = 19$. Le tableau de variations de la fonction f est :

x	0		$1,5$		$+\infty$
$f'(x)$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\|\|$	$\searrow$	19	$\nearrow$	

Question 3

Chercher s'il existe une tangente à C_f parallèle à la droite d'équation $y = 3x + 5$ revient à chercher s'il existe un $x \in]0; +\infty[$ tel que le coefficient directeur de la tangente, qui vaut $f'(x)$, soit égal à 3.

$$\begin{aligned} \frac{4x^2 - 9}{x^2} &= 3 \\ 4x^2 - 9 &= 3x^2 \\ x^2 &= 9 \end{aligned}$$

Sur l'intervalle $]0; +\infty[$, la seule solution de l'équation $x^2 = 9$ est $x = 3$. Il existe donc bien une telle tangente à la courbe, située au point d'abscisse 3.

