L'Enseignant
Cours particuliers en ligne

Correction - Mathématiques 1ère

Epreuve anticipée de 1ère - NON spé - Amérique du Nord

Première partie : Automatismes - QCM (6 points)

Question 1

On sait que $A - B > 0$, on peut ajouter B des deux côtés de l'inégalité pour obtenir $A > B$. La bonne réponse est la réponse b.

Question 2

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{2} + 3 \times \frac{5}{6} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{15}{6} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{5}{2} \\ &= \frac{6}{2} = 3 \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse d.

Question 3

$D = 3 \times 2^5 \times 2^3 = 3 \times 2^{5+3} = 3 \times 2^8$

La bonne réponse est la réponse a.

Question 4

En approchant 999 par 1000 et 1001 par 1000, un ordre de grandeur de E est $1000 \times 1000 = 1000000$.
La bonne réponse est la réponse d.

Question 5

On utilise l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = x$ et $b = 2$.

$(x+2)^2 = x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4$

La bonne réponse est la réponse a.

Question 6

$$\begin{aligned} 3x - 5 &= x + 3 \\ 3x - x &= 3 + 5 \\ 2x &= 8 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse d.

Question 7

Le nombre de chocolats au lait est de :

$$60 \times \frac{40}{100} = 24$$

La bonne réponse est la réponse b.

Question 8

Une baisse de 10 % correspond à un coefficient multiplicateur de $0,9$ et une baisse de 20 % correspond à un coefficient multiplicateur de $0,8$. Le coefficient multiplicateur global est :

$$CM = 0,9 \times 0,8 = 0,72$$

Le taux d'évolution correspondant est $0,72 - 1 = -0,28$, ce qui représente une baisse de 28 %. La bonne réponse est la réponse c.

Question 9

La droite passe par les points de coordonnées $(0;3)$ et $(2;-1)$. L'ordonnée à l'origine est 3. Le coefficient directeur est :

$$a = \frac{-1-3}{2-0} = \frac{-4}{2} = -2$$

L'équation de la droite est donc $y = -2x + 3$. La bonne réponse est la réponse a.

Question 10

On isole la vitesse v :

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 \\ 2E &= mv^2 \\ v^2 &= \frac{2E}{m} \end{aligned}$$

Comme la vitesse est toujours positive, on en déduit que :

$v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$

La bonne réponse est la réponse a.

Question 11

Résoudre graphiquement $h(x) = 2$ revient à chercher les abscisses des points d'intersection de la courbe avec la droite horizontale d'équation $y = 2$. On lit les abscisses -2 et 3. L'ensemble des solutions est $S = \{-2; 3\}$. La bonne réponse est la réponse c.

Question 12

Pour la première série (9, 11, 13), la moyenne est 11 et la médiane est la valeur centrale, qui est 11. Pour la seconde série (9, 10, 11, 13, 17), la moyenne est :

$\frac{9+10+11+13+17}{5} = \frac{60}{5} = 12$

La médiane est la valeur de position centrale (la troisième), qui est 11. Ainsi, les moyennes des deux séries sont différentes, mais les médianes sont égales. La bonne réponse est la réponse c.

Deuxième partie (14 points)

Exercice 1

Partie A : Premier modèle

Question 1

La population augmente de 20 individus tous les ans. La suite (u_n) est donc obtenue en ajoutant un même nombre constant à chaque étape. Il s'agit d'une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 200$ et de raison $r = 20$.

Question 2

Le mois de juin 2025 correspond à $n = 2025 - 2019 = 6$. Le terme u_6 est donné par la formule :

$$u_6 = u_0 + 6 \times r = 200 + 6 \times 20 = 200 + 120 = 320$$

Selon ce modèle, on peut estimer le nombre de marmottes à 320 en juin 2025.

Question 3

Le nouveau décompte en juin 2025 fait état de 355 individus, tandis que le modèle en prévoyait 320. L'écart est relativement important, on en déduit que ce premier modèle ne semble pas bien adapté à la situation.

Partie B : Second modèle

Question 1

La population est passée de 200 à 220 individus. Le taux d'évolution est :

$\frac{220-200}{200} = \frac{20}{200} = 0,1$

La population a donc augmenté de 10 % entre ces deux dates.

Question 2. a.

Augmenter une quantité de 10 % revient à la multiplier par $1 + 0,10 = 1,1$. On a donc, pour tout entier n, la relation $v_{n+1} = 1,1 \times v_n$. La suite (v_n) est une suite géométrique de premier terme $v_0 = 200$ et de raison $q = 1,1$.

Question 2. b.

L'expression du terme général d'une suite géométrique est $v_n = v_0 \times q^n$. Ainsi, on a :

$v_n = 200 \times 1,1^n$

Question 3. a.

L'année 2025 correspond au rang $n = 6$. D'après la colonne G du tableau fourni, la valeur de $v(6)$ est 354. Selon ce nouveau modèle, on peut estimer la population à 354 marmottes en juin 2025.

Question 3. b.

La donnée de la question 3 de la partie A indiquait un nombre réel de 355 marmottes. Le résultat obtenu avec le modèle (354) en est très proche. Ce modèle semble donc tout à fait pertinent.

Question 3. c.

On cherche la plus petite valeur de n pour laquelle $v_n > 400$. D'après le tableau, $v_7 = 390$ et $v_8 = 429$. Le dépassement a lieu pour $n = 8$. L'année correspondante est $2019 + 8 = 2027$. La population dépassera 400 individus au mois de juin 2027 selon ce modèle.

Exercice 2

Question 1

Le tableau indique un total de 100 femmes parmi les 200 adhérents de la salle. On a donc :

$P(F) = \frac{100}{200} = 0,5$

Question 2

L'événement "l'adhérent est un homme qui pratique le step" correspond à l'intersection $H \cap S$. D'après le tableau, il y a 20 hommes qui pratiquent le step sur les 200 adhérents :

$P(H \cap S) = \frac{20}{200} = 0,1$

Question 3

L'événement $F \cap S$ est "l'adhérent est une femme qui pratique le step". Le tableau nous indique qu'il y a 60 femmes dans ce cas :

$P(F \cap S) = \frac{60}{200} = 0,3$

Question 4

Les événements F et S sont indépendants si et seulement si $P(F \cap S) = P(F) \times P(S)$.

On a calculé précédemment $P(F \cap S) = 0,3$.

On sait que $P(F) = 0,5$.

Le nombre total d'adhérents pratiquant le step est de 80, donc $P(S) = \frac{80}{200} = 0,4$.

$P(F) \times P(S) = 0,5 \times 0,4 = 0,2$

On constate que $P(F \cap S) \neq P(F) \times P(S)$. Les événements F et S ne sont donc pas indépendants.

Question 5

On cherche la probabilité qu'un adhérent pratique le crossfit sachant qu'il s'agit d'une femme. Cette probabilité se note $P_F(C)$. Il y a 100 femmes au total, parmi lesquelles 40 pratiquent le crossfit. On obtient :

$P_F(C) = \frac{40}{100} = 0,4$

Question 6

On cherche la probabilité qu'un adhérent soit une femme sachant qu'il pratique le crossfit, soit $P_C(F)$. Le tableau indique qu'il y a 120 personnes pratiquant le crossfit, parmi lesquelles 40 sont des femmes :

$P_C(F) = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$

Exercice 3

Question 1. a.

Par lecture graphique, on observe que le point de la courbe d'abscisse 3 a pour ordonnée 5. Ainsi :

$f(3) = 5$

Question 1. b.

La valeur $f'(-1)$ correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse -1. Cette tangente est tracée et passe par le point $A(-1;5)$ ainsi que par le point de coordonnées $(0;9)$. Le coefficient directeur est donné par :

$a = \frac{9-5}{0-(-1)} = \frac{4}{1} = 4$

On en déduit que $f'(-1) = 4$.

Question 2. a.

La fonction f est une fonction polynôme du second degré, elle est dérivable sur $[-2;4]$. Sa fonction dérivée est :

$f'(x) = -2x + 2$

Question 2. b.

Pour étudier le signe de $f'(x)$, on résout l'inéquation $f'(x) \geq 0$:

$$\begin{aligned} -2x + 2 &\geq 0 \\ -2x &\geq -2 \\ x &\leq 1 \end{aligned}$$

Ainsi, la dérivée $f'(x)$ est positive sur l'intervalle $[-2;1]$ et $f'(x)$ est négative sur l'intervalle $[1;4]$. De plus, elle s'annule en $x = 1$.

Question 3

Le signe de la dérivée nous permet de déduire les variations de la fonction f. La fonction est croissante sur $[-2;1]$ et décroissante sur $[1;4]$. Calculons les valeurs de f aux bornes et au sommet :

$f(-2) = -(-2)^2 + 2 \times (-2) + 8 = -4 - 4 + 8 = 0$

$f(1) = -1^2 + 2 \times 1 + 8 = -1 + 2 + 8 = 9$

$f(4) = -4^2 + 2 \times 4 + 8 = -16 + 8 + 8 = 0$

On dresse le tableau de variations de f :

x	-2	1	4
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	0	$\nearrow 9$	$\searrow 0$