

Epreuve Anticipée de 1ère - spécialité mathématiques - Métropole 2026

Première Partie : Automatisme - QCM

Pour cette partie, aucune justification n'était attendue. De brèves explications sont néanmoins proposées ci-dessous.

Question 1

La réponse correcte est la c).

$$(3x - 2)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$$

Question 2

La réponse correcte est la c). La droite passe par les points de coordonnées $(0; 2)$ et $(2; 0)$. Son coefficient directeur est donc $\frac{0-2}{2-0} = -1$ et son ordonnée à l'origine se lit directement, c'est 2.

Question 3

La réponse correcte est la d). Si 75 % des élèves étudient le grec, alors 25 % étudient le latin. Ces 25 % représentent 9 élèves. Le nombre total d'élèves est donc :

$$\frac{9}{0,25} = 36$$

Question 4

La réponse correcte est la b). Une augmentation de 15 % correspond à un coefficient multiplicateur de :

$$1 + \frac{15}{100} = 1,15$$

Question 5

La réponse correcte est la b).

$$\frac{150\,000}{3\,200} = \frac{1\,500}{32} \approx \frac{1\,600}{32} = 50$$

Question 6

La réponse correcte est la b). La durée totale de la vidéo est de 1 minute et 40 secondes, soit un total de 100 secondes. Le nombre d'images par seconde est de :

$$\frac{2\,400}{100} = 24$$

Question 7

La réponse correcte est la c). On calcule l'image de 3 par la fonction f pour le vérifier :

$$f(3) = 0,5(3 - 3)^2 + 10 = 0 + 10 = 10$$

Le point $C(3; 10)$ appartient donc bien à la courbe $\mathcal{C}$.

Question 8

La réponse correcte est la c).

$$A = \frac{10^{201} \times 10^{-4}}{(10^2)^{100}} = \frac{10^{201-4}}{10^{200}} = \frac{10^{197}}{10^{200}} = 10^{197-200} = 10^{-3} = 0,001$$

Deuxième Partie

Exercice 1

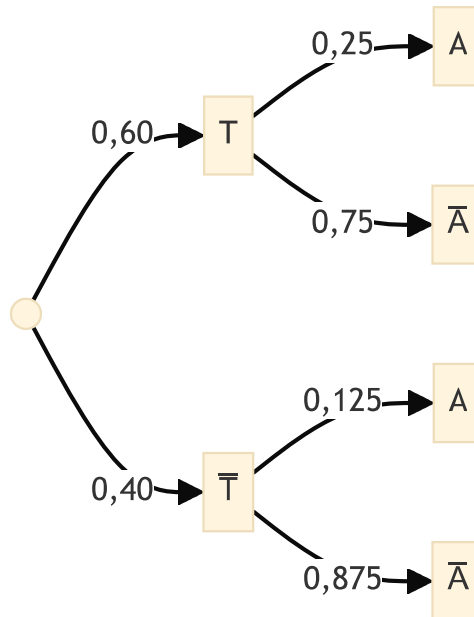
Question 1

D'après l'énoncé, $P(T) = 0,60$. On en déduit $P(\overline{T}) = 1 - 0,60 = 0,40$. On sait également que $P_T(A) = 0,25$, ce qui donne $P_T(\overline{A}) = 1 - 0,25 = 0,75$. Enfin, la probabilité globale est $P(A) = 0,20$. Pour compléter les branches manquantes de l'arbre, on utilise la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(A) &= P(T \cap A) + P(\overline{T} \cap A) \\ 0,20 &= P(T) \times P_T(A) + P(\overline{T}) \times P_{\overline{T}}(A) \\ 0,20 &= 0,60 \times 0,25 + 0,40 \times P_{\overline{T}}(A) \\ 0,20 &= 0,15 + 0,40 \times P_{\overline{T}}(A) \\ P_{\overline{T}}(A) &= \frac{0,20 - 0,15}{0,40} = \frac{0,05}{0,40} = 0,125 \end{aligned}$$

Par conséquent, on a $P_{\overline{T}}(\overline{A}) = 1 - 0,125 = 0,875$. L'arbre complété est le suivant :

Arbre de probabilités :



Question 2

L'énoncé stipule que 20 % de l'ensemble des clients ont pris une assurance. L'événement A représentant le fait qu'un client prenne une assurance, on a directement :

$$P(A) = 0,20$$

Question 3

L'événement « le client a loué une bicyclette traditionnelle et a pris une assurance » correspond à l'intersection $T \cap A$:

$$P(T \cap A) = P(T) \times P_T(A) = 0,60 \times 0,25 = 0,15$$

Question 4

Comme les événements T et $\bar{T}$ forment une partition de l'univers, la formule des probabilités totales donne $P(A) = P(T \cap A) + P(\bar{T} \cap A)$. On en déduit :

$$P(\bar{T} \cap A) = P(A) - P(T \cap A) = 0,20 - 0,15 = 0,05$$

Question 5

On souhaite calculer la probabilité conditionnelle que le client ait pris une assurance sachant qu'il a loué une bicyclette électrique. C'est-à-dire $P_{\bar{T}}(A)$:

$$P_{\bar{T}}(A) = \frac{P(\bar{T} \cap A)}{P(\bar{T})} = \frac{0,05}{0,40} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

Exercice 2

Question 1

L'affirmation est **vraie**. Justifions-le. L'équation $(E) : x^2 + x - u^2 = 0$ est une équation du second degré. Son discriminant Δ s'écrit :

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-u^2) = 1 + 4u^2$$

Pour tout réel u , le carré u^2 est positif ou nul, d'où $4u^2 \geq 0$. Cela implique que $\Delta \geq 1$, ce qui garantit $\Delta > 0$. Le discriminant étant strictement positif pour tout u , l'équation possède toujours deux solutions réelles distinctes.

Question 2

L'affirmation est **vraie**. Justifions-le en exprimant u_{n+1} en fonction de u_n pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 2^{-(n+1)} = 2^{-n-1} = 2^{-n} \times 2^{-1} = u_n \times \frac{1}{2}$$

On a donc bien $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n$, ce qui prouve que la suite (u_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

Question 3

L'affirmation est **vraie**. Déterminons l'équation de la tangente $\mathcal{T}$ à la courbe au point d'abscisse 0. La fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée est $f'(x) = e^x$. On évalue la fonction et sa dérivée en 0 :

$$\begin{aligned} f(0) &= e^0 - 1 = 1 - 1 = 0 \\ f'(0) &= e^0 = 1 \end{aligned}$$

L'équation réduite de la tangente est $y = f'(0)(x - 0) + f(0)$, ce qui donne :

$$y = 1(x - 0) + 0 \iff y = x$$

On vérifie si les coordonnées du point $A(3; 3)$ satisfont cette équation : c'est bien le cas puisque $y_A = x_A$. Le point A appartient donc bien à la tangente $\mathcal{T}$.

Exercice 3

Question 1

À l'aide des coordonnées de $K(1; 0)$ et $P(4; 0)$, on détermine les coordonnées de $\overrightarrow{KP}$:

$$\overrightarrow{KP} \begin{pmatrix} 4 - 1 \\ 0 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

La norme de $\overrightarrow{KP}$ se calcule de la façon suivante :

$$||\overrightarrow{KP}|| = \sqrt{3^2 + 0^2} = \sqrt{9} = 3$$

Question 2

En utilisant le point $M(x; 3)$, on obtient pour le vecteur $\overrightarrow{KM}$:

$$\overrightarrow{KM} \begin{pmatrix} x - 1 \\ 3 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Sa norme s'exprime par :

$$||\overrightarrow{KM}|| = \sqrt{(x - 1)^2 + 3^2} = \sqrt{(x - 1)^2 + 9}$$

Question 3

À partir de l'expression analytique du produit scalaire, on calcule $\overrightarrow{KP} \cdot \overrightarrow{KM}$:

$$\overrightarrow{KP} \cdot \overrightarrow{KM} = 3 \times (x - 1) + 0 \times 3 = 3x - 3$$

Question 4

L'autre expression du produit scalaire fait intervenir les normes et l'angle géométrique. On a :

$$\overrightarrow{KP} \cdot \overrightarrow{KM} = ||\overrightarrow{KP}|| \times ||\overrightarrow{KM}|| \times \cos(\widehat{PKM})$$

Sachant que $\widehat{PKM} = \frac{\pi}{3}$, son cosinus vaut $\frac{1}{2}$. On injecte toutes les expressions trouvées précédemment dans l'égalité :

$$3x - 3 = 3 \times \sqrt{(x-1)^2 + 9} \times \frac{1}{2}$$

En divisant d'abord les deux membres par 3, on obtient :

$$x - 1 = \frac{1}{2} \sqrt{(x-1)^2 + 9}$$

Puis en multipliant par 2, on trouve :

$$2(x-1) = \sqrt{(x-1)^2 + 9} \iff \sqrt{(x-1)^2 + 9} = 2x - 2$$

Le réel x est donc bien solution de l'équation (E) .

Question 5

Pour vérifier que $x = 1 + \sqrt{3}$ est solution de l'équation (E) , remplaçons x dans chaque membre de l'équation. Pour le membre de gauche, on a :

$$\sqrt{(1 + \sqrt{3} - 1)^2 + 9} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 9} = \sqrt{3 + 9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

Pour le membre de droite, on a :

$$2(1 + \sqrt{3}) - 2 = 2 + 2\sqrt{3} - 2 = 2\sqrt{3}$$

Les deux membres sont égaux (et strictement positifs), on en conclut que $1 + \sqrt{3}$ est une solution valide de l'équation (E).